

●作戦会議

電験 1 種の古典制御は厄介なことを聞いてくるか、とにかく計算量が多いかのどちらかなので、そこまで選択することをお勧めできない。ちなみに今回は後者。

(1)~(3)伝達関数を求め、標準形と比較し、偏差を求めるというオーソドックスな流れとなっている。(3)で(2)の結果を代入することに注意。

(4)ランプ変化なので 2 乗を付け忘れないように。最終値の定理を使って定常速度偏差を求める一般的な問題。

(5)これが計算量的に厄介。(4)の計算があっているか逆ラプラス変換をしながら解いていく。逆ラプラス変換の公式を覚えていれば解けなくはない難易度だが計算に時間がかかる。

逆ラプラス変換は sin と cos が逆にならないように注意しなければならない。覚え方というほどではないが、分母から見た順番に「分子がコスサイン」になっているというイメージで覚えている（伝わる？）。

$$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega^2} \rightarrow e^{-\alpha t} \cos \omega t$$

$$\frac{\omega}{(s + \alpha)^2 + \omega^2} \rightarrow e^{-\alpha t} \sin \omega t$$

分子が

?

$$\frac{\quad}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$$

コス サイン



●解答

(1)

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + K_2 \times \frac{1}{s+1}} = \frac{1}{s+1+K_2} \text{であるから,}$$

$$T_{YR}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_1}{s} \times \frac{1}{s+1+K_2}}{1 + \frac{K_1}{s} \times \frac{1}{s+1+K_2}} = \frac{K_1}{s^2 + (1+K_2)s + K_1} \quad \dots \text{(答)}$$

(2)

$$T_{YR}(s) \text{を標準形} G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \text{とひかくして,}$$

$$\begin{cases} 2\xi\omega_n = K_2 + 1 \\ \omega_n^2 = K_1 \end{cases}$$

$$K_1 = \omega_n^2 = 10^2 = 100 \quad \dots \text{(答)}$$

$$K_2 = 2\xi\omega_n - 1 = 2 \times 0.5 \times 10 - 1 = 9.00 \quad \dots \text{(答)}$$

(3)

$$E(s) = R(s) - Y(s) \text{より,}$$

$$T_{ER}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - T_{YR}(s) = \frac{s^2 + (1+K_2)s}{s^2 + (1+K_2)s + K_1}$$

(2)でもとめた K_1, K_2 の値を用いると,

$$T_{ER}(s) = \frac{s^2 + (1+9)s}{s^2 + (1+9)s + 100} = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} \quad \dots \text{(答)}$$



(4)目標値を単位ランプ変化させると,

$$R(s) = \frac{1}{s^2} \text{であるから,}$$

$$E(s) = T_{ER}(s)R(s) = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s^2}$$

ラプラスの最終値の定理を適用すると,

$$e_v = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{10}{100} = 0.100 \quad \dots \text{(答)}$$

(5) (4)より,

$$E(s) = \frac{s^2 + 10s}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s^2} = \frac{s + 10}{s^2 + 10s + 100} \times \frac{1}{s}$$

ここで部分分数分解するために, $E(s) = \frac{As + B}{s^2 + 10s + 100} + \frac{C}{s}$ とおく。

これを解くとその分子は,

$$(A + C)s^2 + (B + 10C)s + 100C$$

上式と比較すると,

$$\therefore C = \frac{1}{10}, B = 0, A = -\frac{1}{10}$$

したがって,

$$E(s) = \frac{-\frac{1}{10}s + 0}{s^2 + 10s + 100} + \frac{\frac{1}{10}}{s} = -\frac{1}{10} \times \frac{s}{s^2 + 10s + 100} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{s}$$

また,

$$\frac{s}{s^2 + 10s + 100} = \frac{(s + 5) - 5}{(s + 5)^2 + 75} = \frac{(s + 5)}{(s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(5\sqrt{3})}{(s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2}$$



であるから、逆ラプラス変換すると、

$$\begin{aligned} e(t) &= \mathcal{L}^{-1}[E(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[-\frac{1}{10} \times \frac{(s+5)}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} + \frac{1}{10\sqrt{3}} \cdot \frac{(5\sqrt{3})}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{s} \right] \\ &= \frac{1}{10} - \frac{1}{10} e^{-5t} \cos 5\sqrt{3}t + \frac{1}{10\sqrt{3}} e^{-5t} \sin 5\sqrt{3}t \quad \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

このとき、

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{10} = 0.100 \quad \dots (\text{答})$$

これにより、 $e(\infty)$ が e_v と一致することを確認できた。

