●作戦会議

どうせニュートン・ラフソン法はそんなに関係ないだろと思ったら，やっぱり関係なかった。しかしながら，この手の問題は実は計算が楽だろうと思って解いたらめちゃくちゃ面倒だった。節点解析法だけ覚えて，あとは忘れても良いかもしれない。

この問題を試験本番で選択して満点を取った人がいるのだろうか。時間も解答スペースも何もかも足りないように感じる。

(1) 問題文には計算過程を簡潔に記せと書いているので，下記解答はおそらく減点される。でも後の問題を考えると，この問題にあまり時間と解答用紙のスペースをかけたくないと思った。

(2) こちらも大分横着している。一応，節点解析でなくてもπ字等価回路から求めることができるが，時間がかかるのであまりおすすめできない。

(3) やっていることは簡単だが，計算が一番面倒。なにも理解していなくても，題意の値を使ってごりごり計算すれば答えは出る。私がこの問題を初見で解いたときは，虚数の正負がこんがらがって頭が混乱した。

(4) これも値を代入するだけの問題だが，他の問題よりも計算難度が高め。非常に疲れる。

(5) 問題文に難しそうなことが書いてあるが，やらなければならないことは簡単。要はアルゴリズム処理で解析していくけど，1ループ目だけ手で計算してみようという話。何故そんなことをしなければならないかは知らない。

●解答

(1)題意の式より，以下が成り立つ。

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\\dot{I}_2\\\dot{I}_3\end{bmatrix}=\left[\dot{Y}_{kl}\right]\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\\dot{V}_2\\\dot{V}_3\end{bmatrix}$$

節点方程式を立てると，

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\\dot{I}_2\\\dot{I}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{jX_{12}}+\dfrac{1}{jX_{13}} & -\dfrac{1}{jX_{12}} & -\dfrac{1}{jX_{13}}\\ -\dfrac{1}{jX_{12}} & \dfrac{1}{jX_{12}}+\dfrac{1}{jX_{23}} & -\dfrac{1}{jX_{23}}\\ -\dfrac{1}{jX_{13}} & \dfrac{1}{jX_{13}}+\dfrac{1}{jX_{23}} & -\dfrac{1}{jX_{23}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\\dot{V}_2\\\dot{V}_3\end{bmatrix}$$

したがって，

$$\left[\dot{Y}_{kl}\right]=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{jX_{12}}+\dfrac{1}{jX_{13}} & -\dfrac{1}{jX_{12}} & -\dfrac{1}{jX_{13}}\\ -\dfrac{1}{jX_{12}} & \dfrac{1}{jX_{12}}+\dfrac{1}{jX_{23}} & -\dfrac{1}{jX_{23}}\\ -\dfrac{1}{jX_{13}} & \dfrac{1}{jX_{13}}+\dfrac{1}{jX_{23}} & -\dfrac{1}{jX_{23}}\end{bmatrix}\qquad \cdot\cdot\cdot\text{(答)}$$

(2) $\dot{Y}_{1l}$について，(1)と同様にして節点方程式を基に計算を進めていくと，

$$\left[\dot{Y}_{1l}\right]=\left[\frac{1}{jX_{12}}+\frac{1}{jX_{13}}+\frac{j\omega C_{12}}{2}+\frac{j\omega C_{13}}{2}\quad -\frac{1}{jX_{12}}\quad -\frac{1}{jX_{13}}\right]$$
$$=\left[\frac{1}{j0.1}+\frac{1}{j0.1}+\frac{j1}{2}+\frac{j1}{2}\quad -\frac{1}{j0.1}\quad -\frac{1}{j0.1}\right]=\left[j18\quad -j10\quad -j10\right]$$

各素子の値が同じであるため，同様にして，

$$\left[\dot{Y}_{kl}\right]=\begin{bmatrix}j18 & -j10 & -j10\\ -j10 & j18 & -j10\\ -j10 & -j10 & j18\end{bmatrix}\qquad \cdot\cdot\cdot\text{(答)}$$

(3)

$$P_k + jQ_k = \dot{V}_k \overline{\dot{I}_k} = \dot{V}_k \sum_{l=1}^{3} \overline{\dot{Y}_{kl}\dot{V}_l} = \left|\dot{V}_k\right|(cos\theta_k + jsin\theta_k) \sum_{l=1}^{3} |\dot{V}_l|(cos\theta_l - jsin\theta_l)(G_{kl} - jB_{kl})$$

ここで，

$$(cos\theta_k + jsin\theta_k)(cos\theta_l - jsin\theta_l)$$
$$= cos\theta_k cos\theta_l + sin\theta_k sin\theta_l + j[sin\theta_k cos\theta_l + cos\theta_k sin\theta_l) = cos(\theta_k - \theta_l) + jsin(\theta_k - \theta_l)$$

であるから，

$$P_k = \left|\dot{V}_k\right| \sum_{l=1}^{3} \left|\dot{V}_l\right| [G_{kl}\, cos(\theta_k - \theta_l) + B_{kl} sin(\theta_k - \theta_l)]$$ ・・・(答)

$$Q_k = \left|\dot{V}_k\right| \sum_{l=1}^{3} \left|\dot{V}_l\right| [G_{kl}\, sin(\theta_k - \theta_l) + B_{kl} cos(\theta_k - \theta_l)]$$ ・・・(答)

(4) (3)の結果より，$G_{kl} = 0$のとき，

$$P_2 = \left|\dot{V}_2\right| \sum_{l=1}^{3} \left|\dot{V}_l\right| [B_{2l} sin(\theta_2 - \theta_l)]$$
$$= 1.05\left[1.0 \times 10\, sin(\theta_2 - 0) + 1.5 \times 18\, sin(\theta_2 - \theta_2) + \left|\dot{V}_3\right| \times 10\, sin(\theta_2 - \theta_3)\right]$$
$$= 10.5 sin\theta_2 + 10.5\left|\dot{V}_3\right| sin(\theta_2 - \theta_3)$$

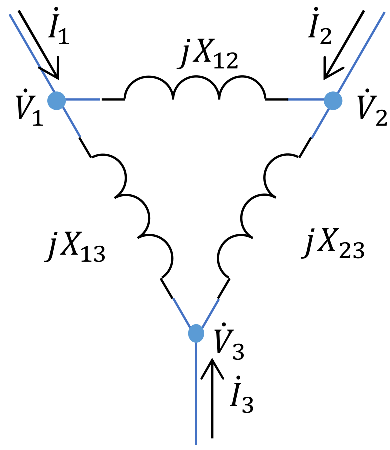
$\therefore 10.5 sin\theta_2 + 10.5\left|\dot{V}_3\right| sin(\theta_2 - \theta_3) = 0.7$ ・・・(答)

(5)初期値は$\theta_2 = \theta_3 = 0$であるから，(4)より，$P_2 = 0$が計算値となる。よって指定値

との誤差は，$0.7 - 0 = 0.7$ である。 ・・・(答)

●参考

・節点方程式の立て方



①節点の電流，電圧の行列式をつくる。このとき，電流の向きは節点へと向かう方を正とする。

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}?_{11} & ?_{12} & ?_{13}\\ ?_{12} & ?_{22} & ?_{23}\\ ?_{13} & ?_{23} & ?_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{V}_2\\ \dot{V}_3\end{bmatrix}$$

②行列の対角線は，各節点につながっているアドミタンスの和とする。

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{jX_{12}}+\frac{1}{jX_{13}} & ?_{12} & ?_{13}\\ ?_{12} & \frac{1}{jX_{12}}+\frac{1}{jX_{23}} & ?_{23}\\ ?_{13} & ?_{23} & \frac{1}{jX_{13}}+\frac{1}{jX_{23}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{V}_2\\ \dot{V}_3\end{bmatrix}$$

③残りは，２節点間のアドミタンスの正負を入れ替えたものにする。

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\\ \dot{I}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{jX_{12}}+\frac{1}{jX_{13}} & -\frac{1}{jX_{12}} & -\frac{1}{jX_{13}}\\ -\frac{1}{jX_{12}} & \frac{1}{jX_{12}}+\frac{1}{jX_{23}} & -\frac{1}{jX_{23}}\\ -\frac{1}{jX_{13}} & -\frac{1}{jX_{23}} & \frac{1}{jX_{13}}+\frac{1}{jX_{23}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{V}_2\\ \dot{V}_3\end{bmatrix}$$

これで本問の(1)，(2)が解けるはず。