●作戦会議

　かなり優しめの古典制御の問題。2 次遅れ系の標準形の式も問題に載っている。ありがたい。

(1)題意の条件をもとに計算を進めるだけでよい。ちなみに「A≙B」は，A を B によって定義するという意味。ピラミッドパワーが働くときだけ A=B になるわけではない。

(2)エフエックスを微分して代入して終わり。

(3)これも解説不要。2 種レベル。

(4)(2)と(3)で求めた情報を足し合わせればよい。

●解答

(1)

$$G(j\omega)=\frac{{\omega_n}^2}{{\omega_2}^2-\omega^2+j2\xi\omega_n\omega}=\frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2+j2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}=\frac{1}{1-x+j2\xi\sqrt{x}}\quad\left(\because x=\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)$$

$$\therefore |G(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2+4\xi x}}$$ ・・・(答)

(2)$f(x)$が最小の時，$f'(x_p)=0$ となるので，

$$f'(x_p)=2(1-x_p)\times(-1)+4\xi^2=0$$
$$-2+2x_p+4\xi^2=0$$

$$\therefore x_p=1-2\xi^2$$ ・・・(答)

このとき，

$$M_p = \frac{1}{\sqrt{(2\xi^2)^2 + 4\xi^2(1-2\xi^2)}} = \frac{1}{\sqrt{4\xi^2 - 4\xi^4}} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \, (\because 0 < \xi) \qquad ・・・(答)$$

(3)

$$G_c(s) = \frac{\dfrac{4}{s(1+0.25s)}}{1 + \dfrac{4}{s(1+0.25s)}} = \frac{4}{0.25s^2 + s + 4}$$

$$= \frac{4^2}{s^2 + 4s + 4^2}\left(= \frac{16}{s^2 + 4s + 16}\right) \qquad ・・・(答)$$

このとき，(1)の 2 次遅れ系の標準形 G(s)と比較すると，

$$\begin{cases} {\omega_n}^2 = 4^2 \ \rightarrow \omega_n = 4.00 \ [\mathrm{rad/s}] \ \ (\because \omega_n > 0) \\ 2\xi\omega_n = 4 \ \ \ \rightarrow \xi = \dfrac{4}{2\omega_n} = 0.500 \end{cases} \qquad ・・・(答)$$

(4)以上の結果より，$G_c(s)$の周波数応答の振幅が最大のとき，$x = x_p$であるから，

$$x_p = \left(\frac{\omega_p}{\omega_n}\right)^2$$

$$\therefore \omega_p = \sqrt{x}\omega_n = \sqrt{1-2\xi^2} \times \omega_n = \sqrt{1 - 2 \times 0.5^2} \times 4$$

$$\fallingdotseq 2.8284 \rightarrow 2.83[\mathrm{rad/s}] \qquad ・・・(答)$$

このとき，

$$M_p = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2 \times 0.5 \times \sqrt{1-0.5^2}} \fallingdotseq 1.1547 \rightarrow 1.15 \qquad ・・・(答)$$