

●作戦会議

この年で唯一簡単な問題。おそらく合格者は皆これを選び、満点を取ったんじゃないかと思われる。

(1)固有値は $|sI - A|$ で求まる。これはまあ、状態方程式と見比べれば何をしているのかはわかるんじゃないだろうか。

(2)可制御性は $|b \quad Ab|$ で求まる。可制御性と可観測性がなぜそうなるのかはまたおいおい説明ができたらいいな。(未来の自分に任せる)

(3)フィードバックを入れ、その時のシステムの状態方程式のAを求めさせている。

(4)フィードバック有のシステムの特性方程式を求めさせて、

(5)特性方程式の係数に成り立つ関係を示すと、

(6)フィードバック値の設定次第で固有値が負になり、システムが安定化することがわかる。

(7)そして、その値の組み合わせは無数にあることが示される。問題を解いていくだけよく、わざわざ証明するほどの内容ではない。

この問題に限らず、正方行列でない行列(ベクトル)の掛け算が苦手な人がいるかもしれないが、 $(f_1 \quad f_2) = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ みたいに考えれば計算ミスが無くなると思う。



●解答

(1)

$$|s\mathbb{I} - \mathbb{A}| = \begin{vmatrix} s+1 & -2 \\ 0 & s-1 \end{vmatrix} = (s+1)(s-1) - (2 \times 0) = (s+1)(s-1)$$

よって固有値は ± 1 であり, 固有値がすべて負でないので不安定である。

(2)

$$|\mathbb{b} - \mathbb{A}\mathbb{b}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

よって不可制御である。

(3)

$$\begin{aligned} \mathbb{A} - \mathbb{b}\mathbb{f} &= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ f_1 & f_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1-f_1 & 2-f_2 \\ -f_1 & 1-f_2 \end{pmatrix} \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} P(s) &= |s\mathbb{I} - \mathbb{A} + \mathbb{b}\mathbb{f}| = \begin{vmatrix} s+1+f_1 & -2+f_2 \\ f_1 & s-1+f_2 \end{vmatrix} \\ &= \{s^2 + (f_1 + f_2)s + (-1 - f_1 + f_2 + f_1f_2)\} - (-2f_1 + f_1f_2) \\ &= s^2 + (f_1 + f_2)s - 1 + f_1 + f_2 \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

$P(s) = s^2 + a_1s + a_0$ であるから,

$$\begin{cases} a_0 = -1 + f_1 + f_2 \\ a_1 = f_1 + f_2 \end{cases} \quad \dots \text{(答)}$$



(5) (4)より,

$$a_0 = -1 + a_1 \rightarrow a_1 = a_0 + 1 \quad \dots \text{(答)}$$

(6) (5)より,

$$P(s) = s^2 + (a_0 + 1)s + a_0 = (s + a_0)(s + 1)$$

固有値は -1 , $-a_0$ であるから, a_0 が正の値となるように値を設定すれば, 制御対象を安定化させることができる。

(7)

$$-a_0 = -2 \text{ のとき, } a_0 = 2 = -1 + f_1 + f_2 \rightarrow f_1 + f_2 = 3$$

したがって, 例えば $(f_1 \ f_2) = (1 \ 2)$ とすれば制御対象を安定化させることができ

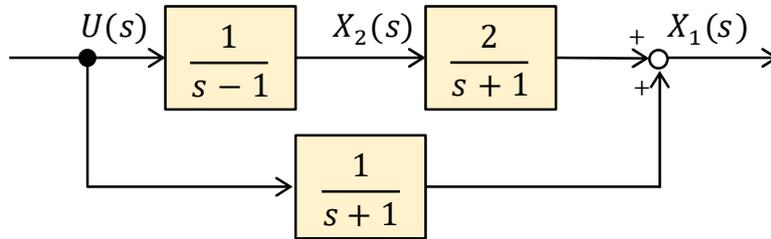
る。また, $(f_1 \ f_2)$ の解について, 上記方程式が1つだけ条件として与えられている

ので, これを実現する f は無数に存在する。



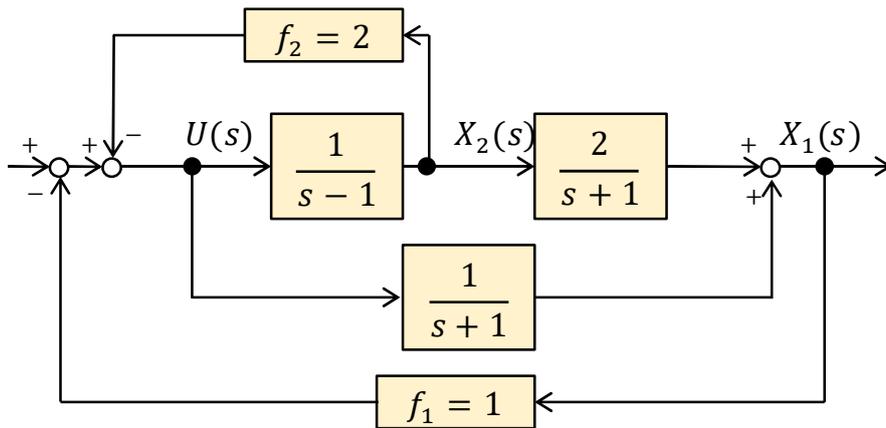
● 参考

参考までに本問のブロック図を載せておきます。深く検算はしていないので、違ったらごめんね。



伝達関数 ; $\frac{1}{s-1} \left(= \frac{s+1}{(s-1)(s+1)} \right) \rightarrow$ 不安定

参考図 フィードバック前のブロック図



伝達関数 ; $\frac{1}{s+2} \left(= \frac{s+1}{(s+2)(s+1)} \right) \rightarrow$ 安定

参考図 フィードバック後のブロック図

