●作戦会議

　細々とした問題が並ぶ。比較的取り組みやすいが，悩む暇はないので各問題に対して反射的に答えられるようになっておく必要がある。

(1)入力と伝達関数が与えられているので，計算して逆ラプラス変換すれば出力が求まる。

(2)一巡周波数伝達関数を計算し，虚部が 0 となるときを考えればよい。

(3)交点が$(-1, j0)$より右側のときである。

(4)1+（一巡伝達関数）＝0　が特性方程式である。

(5)特に解説はなし。

(6)値を特性方程式に代入すればよい。

●解答

(1)

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2}{(s + 1)(s + 2)}$$

$U(s) = \dfrac{1}{s}$であるから，

$$Y(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \cdot U(s) = \frac{2}{s(s + 1)(s + 2)}$$

ここで，$Y(s)=\dfrac{A}{s}+\dfrac{B}{s+1}+\dfrac{C}{s+2}$とおくと，

$$Y(s)=\frac{A(s^2+3s+2)+B(s^2+2s)+C(s^2+s)}{s(s+1)(s+2)}$$

$$=\frac{(A+B+C)s^2+(3A+2B+C)s+2A}{s(s+1)(s+2)}$$

$$\therefore \begin{cases} A=1 \\ B=-2 \\ C=1 \end{cases}$$

したがって，

$$Y(s)=\frac{1}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{1}{s+2}$$

逆ラプラス変換すると，

$y(t)=1-2e^{-t}+e^{-2t}$　　　・・・(答)

(2)一巡伝達関数を$G(s)$とおくと，

$$G(s)=\frac{K}{s}\cdot\frac{2}{s^2+3s+2}=\frac{2K}{s^3+3s^2+2s}$$

$$G(j\omega)=\frac{2K}{-3\omega^2+j(2\omega-\omega^3)}$$

ベクトル軌跡が複素平面の実軸を切るとき，$G(j\omega)$の虚部が 0 となるので，

$$2\omega-{\omega_0}^3=0$$
$$\omega_0(2-{\omega_0}^2)=0$$

$\therefore \omega_0=\sqrt{2}\ (\because \omega_0>0)$　　　・・・(答)

このとき，

$$G(j\omega_0)=\frac{2K}{-3\times 2}=-\frac{K}{3}$$

したがって交点は，$\left(-\dfrac{K}{3}, j0\right)$　　　・・・(答)

(3)交点が$(-1, j0)$より右側にあれば安定となるので，

$$-\frac{K}{3} > -1 \rightarrow K < 3$$

また，Kは正の実数であるから，

$0 < K < 3$　　　・・・(答)

(4)

$$1 + \frac{K}{s} \cdot \frac{2}{s^2 + 3s + 2} = 0$$

$\therefore s^3 + 3s^2 + 2s + 2K = 0$　　　・・・(答)

(5)

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & 2K \\ s^1 & \dfrac{6-2K}{3} & \\ s^0 & 2K & \end{array}$$

ラウス表より安定条件は

$6 - 2K > 0$ かつ $2K > 0$

$\therefore 0 < K < 3$　　　・・・(答)

(6) (3)より，$K = 3$のとき安定限界であるから，(4)の結果に代入して，

$$s^3 + 3s^2 + 2s + 6 = 0$$

$s(s^2+2)+3(s^2+2)=0$
$(s+3)(s^2+2)=0$
$s=-3, \pm j\sqrt{2}$

したがって，$-3, \pm j\sqrt{2}$が求める三つの極である。　　　　・・・（答）