●作戦会議

特段難しいテクニックを使う必要がないが，問題文の図を見ればわかる通り，やたら計算が面倒になる。その分だけ解答が長くなり，計算ミスが増え，検算や検討に使える時間が減る。この年については，できればこの問題を選択せず，パワエレを解くという選択肢が取れれば楽になるだろう。

この問題自体はいい計算練習になるが，それ以上言うことはない。とりあえず機械・制御はパワエレを捨てて，制御を必ず選択する！という人もいるかもしれない。しかし，1 種の古典制御は 2 種まででではあまりスポットが当たらなかったマニアックな問題が出るか，やたら計算量が多いかのどちらかなので，本当に選択してよいのかはよく考えた方がよい。

(1)ブロック図を見ながら伝達関数を立式する問題。ゴリゴリ計算するだけ。

(2)　(1)と同じ。やや面倒。

(3)ラウス表や最終値の定理などの基本的知識で解ける。唯一頭を使う点として，サーボ系全体のシステムにおいて，特性方程式は(2)の解の分母になる。a.の結果を合わせれば，5 次方程式について考える必要はない。

●解答

以下，途中式の(s)を省略する。

(1)図より，

$$Y_R = G_M U_R = G_M K_A (R - Y_R)$$
$$(1 + G_M K_A) Y_R = G_M \times K_A R$$
$$\therefore \frac{Y_R(s)}{R(s)} = \frac{G_M(s) K_A(s)}{1 + G_M(s) K_A(s)} \qquad ・・・(答)$$

(2)図より，

$$E = Y_R - Y$$
$$E = -GU + Y_R = -G(U_R + K_B E) + Y_R$$
$$(1 + GK_B)E = -G \times K_A(R - Y_R) + Y_R$$
$$(1 + GK_B)E = -GK_A R + (1 + GK_A)Y_R$$
$$(1 + GK_B)\frac{E}{R} = -GK_A + (1 + GK_A) \cdot \frac{G_M K_A}{1 + G_M K_A} = \frac{G_M K_A(1 + GK_A) - GK_A(1 + G_M K_A)}{1 + G_M K_A}$$
$$= \frac{G_M K_A - GK_A}{1 + G_M K_A}$$
$$\therefore \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{K_A(s)\{G_M(s) - G(s)\}}{\{1 + G_M(s)K_A(s)\}\{1 + G(s)K_B(s)\}} \qquad ・・・(答)$$

(3)

a.特性方程式は，

$$1 + G_M K_A = 0$$
$$1 + \frac{1}{J_M s^2}(K_1 + K_2 s) = 0$$
$$s^2 + \frac{K_2}{J_M}s + \frac{K_1}{J_M} = 0$$

2 次方程式の係数がすべて正なので，根は負であり，システムは安定である。

また，標準形$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n{}^2 = 0$と比較して，

$$\omega_n{}^2 = \frac{K_1}{J_M} \quad \to \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_1}{J_M}}\,[\mathrm{rad/s}] \qquad ・・・(答)$$

$$2\xi\omega_n = \frac{K_2}{J_M} \quad \to \quad \xi = \frac{1}{2\omega_n} \cdot \frac{K_2}{J_m} = \frac{K_2}{2\sqrt{J_m K_1}} \qquad ・・・(答)$$

b.　(2)より，サーボ系全体が安定であるためには，a.で $1 + G_M K_A = 0$の安定性を確認

したので，$1 + GK_B = 0$について安定であることを確認すればよい。

$$1 + GK_B = 0$$

$$1 + \frac{1}{Js^2}(K_3 + K_4 s + \frac{K_5}{s}) = 0$$

$$Js^3 + K_4 s^2 + K_3 s + K_5 = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & J & K_3 \\ s^2 & K_4 & K_5 \\ s^1 & \dfrac{K_3K_4 - JK_5}{K_4} & \\ s^0 & K_5 & \end{array}$$

係数はすべて正なので，ラウス表より安定条件は，

$$K_3K_4 - JK_5 > 0$$

$$\therefore \frac{K_3K_4}{K_4} > J$$　・・・(答)

c.　(2)より，

$$\frac{E}{R} = \frac{J_m J s^5 (K_1 + K_2 s)\left(\dfrac{1}{J_M s^2} - \dfrac{1}{Js^2}\right)}{(J_m s^2 + K_2 s + K_1)(Js^3 + K_4 s^2 + K_3 s + K_5)}$$

$$= s^3 \cdot \frac{(K_1 + K_2 s)(J - J_M)}{(J_m s^2 + K_2 s + K_1)(Js^3 + K_4 s^2 + K_3 s + K_5)}$$

最終値の定理より，定常偏差は，

$$e = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{E}{R} \cdot R = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{n!}{s^{n+1}}$$

上記より，$n > 3$のとき，eは有限の値でなくなるので，$n = 3$が答である。

このとき，

$$e = \frac{K_1(J - J_M)}{K_1 K_5} \times 3! = \frac{6(J - J_M)}{K_5}$$　・・・(答)