●作戦会議

　深く考えなくても解くことができ，本番で選択するであろう問題だが，結構計算量が多い。割と罠問題ではある。

(1)現代制御の 1 問目のパターン問題。

(2)現代制御の 2 問目のパターン問題。

(3)ここからは古典制御。ラウス表より求まるが，結構計算量がある。1 種では伝達関数を求める必要がないときは，特性方程式で安定性を判断したいところだが，本問は次の問題で定常偏差を求める。したがって，本来は目標値から出力までの伝達関数を求めておきたい。しかしながら…

(4)フィードバックの係数が 1 のとき，目標値から偏差までの伝達関数は特性方程式の逆数になる。2 種から計算問題をたくさん解いた人からするとなんとなくそんな気がしていたかもしれない。正直覚えなくてもよい。

●解答

(1)図 1 より，

$$X_1(s) = \frac{1}{s-1}U(s) \rightarrow sX_1(s) = X_1(s) + U(s)$$

$$X_2(s) = \left(1 - \frac{5}{s+4}\right)X_1(s) = \frac{s-1}{s+4}X_1(s)$$

$$\rightarrow sX_2(s) = -4X_2(s) + sX_1(s) - X_1(s) = -4X_2(s) + U(s)$$

$$Y(s) = X_2(s)$$

以上より，

$$\frac{d}{dx}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\therefore \mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, \mathbb{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbb{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$ ・・・(答)

(2)

〇可制御性

$$|\mathbb{b} \quad \mathbb{A}\mathbb{b}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -5 \neq 0 \rightarrow \text{可制御}$$ ・・・(答)

〇可観測性

$$\begin{vmatrix} \mathbb{c}^T \\ \mathbb{c}^T\mathbb{A} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \text{不可観測}$$ ・・・(答)

〇安定性

$$|s\mathbb{I} - \mathbb{A}| = \begin{vmatrix} s-1 & 0 \\ 0 & s+4 \end{vmatrix} = (s-1)(s+4)$$

したがって，固有値は1，-4であり，すべて負でないため不安定 ・・・(答)

(3)制御対象の特性方程式は，

$$1 + K\left(1 + \frac{2}{s}\right) \cdot \frac{1}{s-1} \cdot \left(3 - \frac{5}{s+4}\right) = 0$$

$$1 + K \cdot \frac{s+2}{s} \cdot \frac{1}{s-1} \cdot \frac{3s+7}{s+4} = 0$$

$$s^3 + 3s^2 - 4s + K(3s^2 + 13s + 14) = 0$$

$\therefore s^3 + (3K+1)s^2 + (13K-4)s + 14K = 0$

$$
\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 13K-4 \\
s^2 & 3K+3 & 14K \\
s^1 & \dfrac{(3K+3)(13K-4)-14K}{3K+3} & \\
s^0 & 14K &
\end{array}
$$

ラウス表より安定条件は,

$K > -1$ かつ $K > \dfrac{4}{13}$ かつ $K > 0$ かつ

$(3K+3)(13K-4) - 14K > 0$

最後の不等式を計算すると,

$(3K+3)(13K-4) - 14K > 0$

$39K^2 + 13K - 12 > 0$

$K < \dfrac{-13-\sqrt{2041}}{78}(<0)$ または $K > \dfrac{-13+\sqrt{2041}}{78}\left(> \dfrac{4}{13}\right)$

以上より,

$K > \dfrac{-13+\sqrt{2041}}{78}$ ・・・(答)

(4)

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{Y(s)}{R(s)}$$

ここで, $\dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{G}{1-GH}$ とおき, $H = 1$ を代入すると、

$$1 - \frac{Y(s)}{R(s)} = 1 - \frac{G}{1 - G \times 1} = \frac{1}{1-G}$$

したがって,

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + K\left(1+\frac{2}{s}\right)\cdot\frac{1}{s-1}\cdot\left(3-\frac{5}{s+4}\right)} = \frac{s^3+3s^2-4s}{s^3+(3K+1)s^2+(13K-4)s+14K}$$

#(3)より計算しなくとも求まる。

したがって，最終値の定理より定常偏差は，

$R(s)=\dfrac{1}{s^2}$ であるから，

$$\lim_{s\to 0} s\cdot\frac{E(s)}{R(s)}\cdot R(s)=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s}\cdot\frac{E(s)}{R(s)}=-\frac{4}{14K}=-\frac{2}{7K}$$ ・・・(答)