

●作戦会議

むだ時間に関する問題は出題頻度が低い。そこまで難しい問題ではないが、練習を十分にしているという自信がないのならば、別の問題を選択したい。

(1)特に解説はなし。

(2)ナイキストの安定判別法を用いる。なお、一般的にむだ時間要素が増加すると制御系は不安定となる。(1)の結果と合わせれば、解答が $0 < K < x$ の形になることが想像できる。

(3)やり方は色々あるので、各自お好みで。やや時間のかかる計算だが、難しくはない。

(4) (2)でむだ時間要素を加えると、(1)より安定な範囲が狭くなってしまった。そこで(3)で補償器を用意した。したがって、安定の範囲は(2)よりも広く、できれば(1)と同じになってほしいところである。

●解答

(1)

$G(s) = \frac{1}{s}$ のとき,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} = \frac{\frac{K}{s}}{1 + \frac{K}{s}} = \frac{K}{s + K}$$

したがって、根が負、すなわち $-K < 0 \rightarrow K > 0$ のときフィードバック制御系が安定と

なる。 . . . (答)



(2)制御系の開ループ周波数伝達関数は,

$$KG(j\omega) = \frac{Ke^{-j\omega L}}{j\omega} = -j\frac{K}{\omega}(\cos\omega L - j\sin\omega L) = -\frac{K}{\omega}\sin\omega L - j\frac{K}{\omega}\cos\omega L$$

虚部が0のなる最小の ω は,

$$\omega L = \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2L}$$

このとき, 実部は,

$$-\frac{K}{\frac{\pi}{2L}} \times 1 = -\frac{2LK}{\pi}$$

ナイキストの安定判別法より, 実部が-1以上のとき安定となる。

$$-\frac{2LK}{\pi} \geq -1$$

$K > 0$ のとき,

$$K \leq \frac{\pi}{2L}$$

以上より,

$$0 < K \leq \frac{\pi}{2L} \text{ (ただし, } K = \frac{\pi}{2L} \text{ は安定限界)} \quad \dots \text{ (答)}$$

(3)以下, 計算途中の(s)を省略する。図3より,

$$Y = GU \quad \dots \text{ ①}$$

$$U = KE \quad \dots \text{ ②}$$

$$E = R - (Y - CU) = R + CU - Y \quad \dots \text{ ③}$$



①, ②より,

$$Y = GU = G \times KE \rightarrow E = \frac{Y}{KG} \quad \dots \textcircled{4}$$

②, ③より,

$$E = R + C \times KE - Y$$

$$(1 - KC)E = R - Y$$

$$E = \frac{R - Y}{1 - KC} \quad \dots \textcircled{5}$$

④, ⑤より,

$$\frac{Y}{KG} = \frac{R - Y}{1 - KC}$$

$$\left(\frac{1 - KC}{KG} + 1\right)Y = R$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{KG(s)}{1 - KC(s) + KG(s)} = \frac{K \times \frac{1}{s} e^{-L}}{1 - K \times \frac{1}{s} (e^{-Ls} - 1) + K \times \frac{1}{s} e^{-Ls}} \\ &= \frac{K}{s + K} e^{-Ls} \quad \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

(4) (3)の結果より, むだ時間 L は安定性に影響しない。したがって, (1)と同じく

$K > 0$ が制御系を安定にする K の範囲である。 \dots (答)

